附录

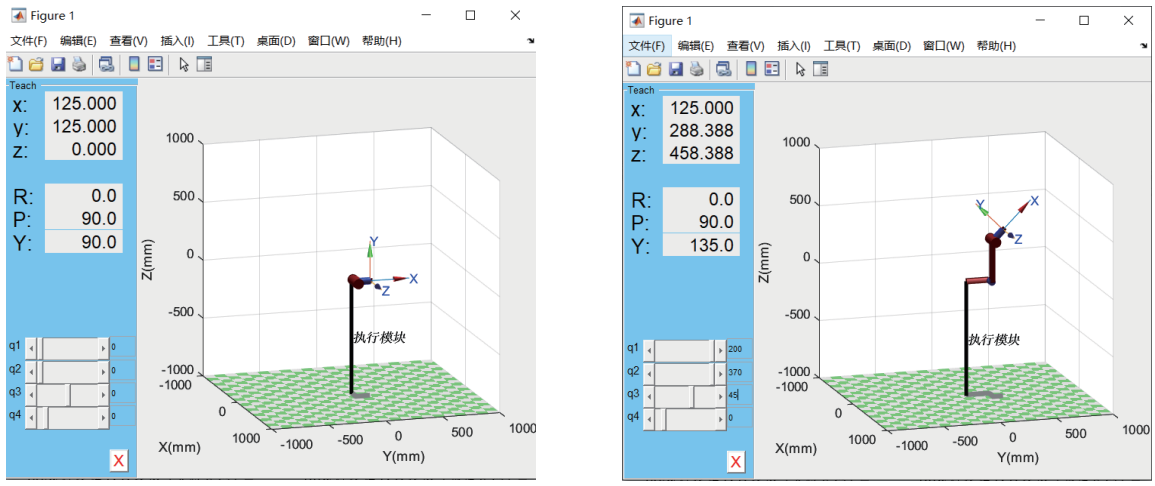
1　执行模块正运动学验证

为验证所建立改进 D−H 参数模型的正确性, 将由正运动学方程计算得到的末端执行器位姿矩阵与 Matlab 机器人工具箱输出的位姿矩阵进行对比, 若两者一致, 则可说明执行模块 D−H 模型正确。

求得的执行模块正运动学方程为

$$ {}_{e}^{0}\boldsymbol{T}=\begin{bmatrix} 0 & 0 & 1 & 125 \\ \cos\theta_3 & -\sin\theta_3 & 0 & 125\cos\theta_3+d_1 \\ \sin\theta_3 & \cos\theta_3 & 0 & 125\sin\theta_3+d_2 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \tag{1} $$

将 D−H 参数代入 Matlab 软件, 使用机器人工具箱进行建模, 得到执行模块 D−H 模型如图 1 所示。



(a) 零位状态　　(b) 延展状态

图 1　执行模块 D−H 模型

Fig. 1　D−H model of execution module

执行模块在零位状态下, d_1、d_2、θ_3的值均为 0, 得到末端执行器相对于基坐标系的位姿矩阵为

$$ {}_{e}^{0}\boldsymbol{T}=\begin{bmatrix} 0 & 0 & 1 & 125 \\ 1 & 0 & 0 & 125 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \tag{2} $$

将$d_1=0$、$d_2=0$、$\theta_3=0$代入式(1)中, 得到的结果与式(2)相同, 验证了执行模块 D−H 参数模型的正确性。

2　执行模块逆运动学验证

为验证逆运动学解的正确性, 首先预设执行模块在某一姿态下的关节变量, 并通过正运动学方程求得对应的末端执行器位姿矩阵。随后, 将该位姿矩阵代入逆运动学方程, 反求各关节的角度与位移, 并将其结果与预设值对比。若两者一致, 则可证明逆运动学解的正确性。

求得的执行模块逆运动学方程为

$$\begin{cases} d_1 = p_y - 125\cos\theta_3 \\ d_2 = p_z - 125\sin\theta_3 \\ \theta_3 = \arctan 2(n_z, o_y) \end{cases} \tag{3}$$

设定执行模块在某一作业姿态下的关节变量为

$$(d_1, d_2, \theta_3)^{\mathrm{T}} = \left(200, 300, \frac{\pi}{6}\right)^{\mathrm{T}} \tag{4}$$

将式(4)代入正运动学方程式(1)中,可得末端执行器位姿矩阵为

$${}_e^0\boldsymbol{T} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 1 & 125 \\ 0.866 & -0.500 & 0 & 308.253 \\ 0.500 & 0.866 & 0 & 362.500 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \tag{5}$$

将式 (5) 中的位姿矩阵代入逆运动学方程式 (3) 中求解,计算得到各关节变量为$\left(200, 300, \frac{\pi}{6}\right)^{\mathrm{T}}$,该计算结果与式 (4) 的设定值完全一致,从而证明了执行模块逆运动学解的正确性。